Faculté de Droit & des Sciences Économiques
Université de Limoges

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2025-2026

Session 1 **Semestre 3**

Licence Economie-Gestion – 2e année

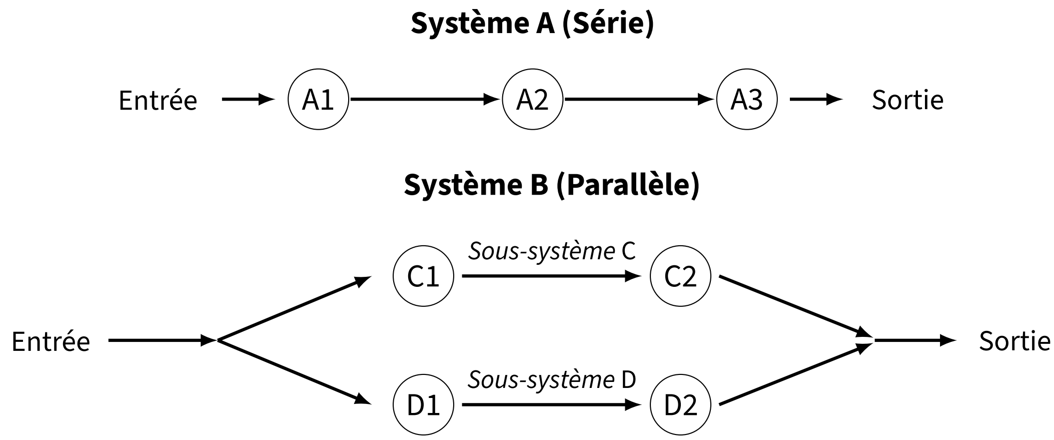
Matière : Statistiques et probabilités **Durée :** 2 heures
Enseignant : Vincent Jalby

Calculatrices non-programmables et non graphiques autorisées. Aucun document autorisé.

Les exercices I et V sont extraits ou inspirés du livre "Statistics for Business and Economics" (11th Edition) by James T. McClave, P. George Benson & Terry Sincich. Pearson Education, 2011.

Les exercices II et III sont extraits ou inspirés du livre "Statistics for Economics, Accounting and Business Studies" (8th Edition) by Michael Barrow & C. Rashaad Shabab. Pearson Education, 2024.

Exercice I (30 min, 4 points)
On considère les deux systèmes présentés dans le diagramme ci-dessous :



1) Le système A fonctionne correctement seulement si les trois composants (A1, A2 et A3) fonctionnent. (Les trois composants sont dits fonctionner *en série*.) Les probabilités de panne des 3 composants (A1, A2 et A3) sont 0.12, 0.09 and 0.11 respectivement. On suppose que les composants fonctionnent indépendamment les uns des autres.

a) Déterminer la probabilité que le système A fonctionne correctement .

b) Quelle est la probabilité qu'au moins un des composants soit défaillant (et que donc le système ne fonctionne pas) ?

2) Le système B est composé de deux sous-systèmes (C et D) dit fonctionner *en parallèle*. Chaque sous-système a deux composants qui fonctionnent en série (C1 et C2, D1 et D2). Le système B fonctionne correctement tant qu'au moins un des sous-systèmes (C ou D) fonctionne correctement. La probabilité de panne de chaque composant du système est de 0.10. À nouveau, on suppose que les composants fonctionnent indépendamment.

a) Déterminer la probabilité que le sous-système C (respectivement D) fonctionne correctement.

b) Déterminer la probabilité que le système B fonctionne correctement.

Exercice II (30 min, 4 points)
On lance deux dés et on note la somme des deux faces.

1) Donner la loi de probabilité de la somme.

2) Calculer son espérance et sa variance.

3) Quelle est la probabilité que la somme soit égale à 9 ou plus ?

Exercice III (20 min, 4 points)
Une entreprise reçoit des composants d'un fournisseur sous forme de lots importants, pour être utilisé dans ses chaînes de production. La production ne sera pas rentable si un lot contient 10 % ou plus de composants défectueux. L'entreprise vérifie la qualité de chaque lot en prélevant un échantillon de 15 composants et en rejetant le lot complet si 2 composants défectueux ou plus sont trouvés.

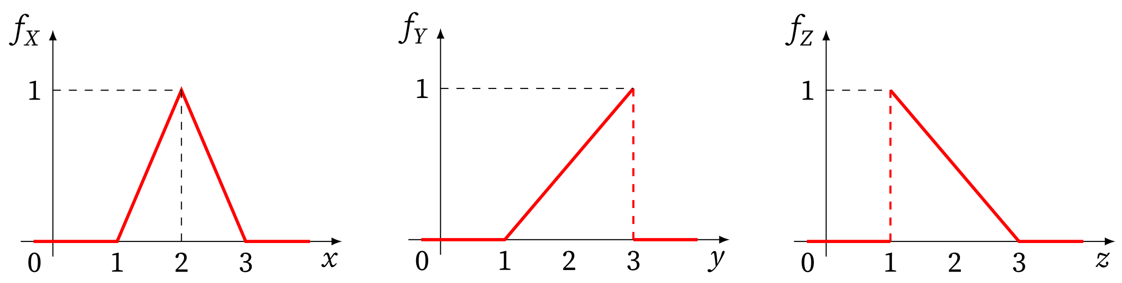
1) Si un lot contient 10 % de composants défectueux, quelle est la probabilité qu'il soit accepté ?

2) Comment l'entreprise peut-elle réduire la probabilité d'accepter par erreur un lot défectueux ?

3) Si le fournisseur produit un lot avec 3 % de composants défectueux, quelle est la probabilité que l'entreprise le rejette ?

4) Quelle est le rôle de l'hypothèse « lots importants » dans les calculs ?

Exercice IV (20 min, 4 points)
On considère trois variables aléatoires continues X, Y et Z dont les densités de probabilité sont représentées ci-dessous :



1) Vérifier que les graphes ci-dessus définissent bien des densités de probabilité.

2) Comparer graphiquement les espérances des trois variables. (Vous DEVEZ justifier vos réponses !)

3) Que pouvez-vous dire des 3 écart-types ? (Vous pouvez justifier votre réponse de manière plus intuitive.)

Exercice V (20 min, 4 points)
Le rendement d'une exploitation agricole est mesuré par la quantité (en €) de récolte produite par acre (1 acre = 4047 m^2). Les prévisionnistes indiquent que le rendement en coton d'un agriculteur particulier pour l'été prochain peut être caractérisé par une distribution normale avec une moyenne de 1500 € et un écart type de 250 €. On suppose que le coût d'exploitation d'un acre de coton est de 1600 €.

1) Quelle est la probabilité que l'agriculteur perde de l'argent l'été prochain ?

2) Quelle est la probabilité que le profit par acre soit supérieur à 50 € ?

3) De combien l'agriculteur doit-il réduire ses coûts d'exploitation (par acre) pour s'assurer qu'il ne perdra pas d'argent avec une probabilité de 75 % ?

Récapitulatif des lois discrètes

Loi	Notation	Support	Loi	Espérance	Variance
Bernoulli	$\mathscr{B}(1,p)$	$X(\Omega)=\{0,1\}$	$P(X=0)=q \quad P(X=1)=p$	$\mathrm{E}(X)=p$	$\mathrm{Var}(X)=pq$
Binomiale	$\mathscr{B}(n,p)$	$X(\Omega)=\{0,\dots,n\}$	$P(X=k)=\binom{n}{k}p^kq^{n-k}$	$\mathrm{E}(X)=np$	$\mathrm{Var}(X)=npq$
Hypergéométrique	$\mathscr{H}(N,n,p)$	$X(\Omega)\subset\{0,\dots,n\}$	$P(X=k)=\dfrac{\binom{Np}{k}\times\binom{Nq}{n-k}}{\binom{N}{n}}$	$\mathrm{E}(X)=np$	$\mathrm{Var}(X)=npq\dfrac{N-n}{N-1}$
Géométrique	$\mathscr{G}(p)$	$X(\Omega)=\mathbb{N}^*$	$P(X=k)=pq^{k-1}$	$\mathrm{E}(X)=\dfrac{1}{p}$	$\mathrm{Var}(X)=\dfrac{q}{p^2}$
Pascal	$\mathrm{Pascal}(r,p)$	$X(\Omega)=\{r,r+1,\dots\}$	$P(X=k)=\binom{k-1}{r-1}p^rq^{k-r}$	$\mathrm{E}(X)=\dfrac{r}{p}$	$\mathrm{Var}(X)=\dfrac{rq}{p^2}$
Poisson	$\mathscr{P}(\lambda)$	$X(\Omega)=\mathbb{N}$	$P(X=k)=\mathrm{e}^{-\lambda}\dfrac{\lambda^k}{k!}$	$\mathrm{E}(X)=\lambda$	$\mathrm{Var}(X)=\lambda$

$p\in[0,1] \qquad q=1-p \qquad n,N,r\in\mathbb{N}^* \qquad \lambda>0$

Récapitulatif des lois continues

Loi	Notation	Support	Loi/Densité	Espérance	Variance
Uniforme	$\mathscr{U}(a,b)$	$X(\Omega)=[a,b]$	$f_X(x)=\dfrac{1}{b-a}$ si $x\in[a,b]$	$\mathrm{E}(X)=\dfrac{a+b}{2}$	$\mathrm{Var}(X)=\dfrac{(b-a)^2}{12}$
Exponentielle	$\mathscr{E}(\lambda)$ $\mathrm{Exp}(\lambda)$	$X(\Omega)=[0,+\infty[$	$f_X(x)=\lambda\mathrm{e}^{-\lambda x}$ si $x\geqslant 0$	$\mathrm{E}(X)=\dfrac{1}{\lambda}$	$\mathrm{Var}(X)=\dfrac{1}{\lambda^2}$
Normale	$\mathscr{N}(\mu,\sigma^2)$	$X(\Omega)=\mathbb{R}$	$f_X(x)=\dfrac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$	$\mathrm{E}(X)=\mu$	$\mathrm{Var}(X)=\sigma^2$
Normale standard (Z)	$\mathscr{N}(0,1)$	$Z(\Omega)=\mathbb{R}$	$f_Z(z)=\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}\mathrm{e}^{-z^2/2}$	$\mathrm{E}(Z)=0$	$\mathrm{Var}(Z)=1$
Khi-deux (K^2)	$\chi^2(n)$	$K^2(\Omega)=[0,+\infty[$	$K^2=\sum_{i=1}^{n}Z_i^2$ où $Z_i\sim\mathscr{N}(0,1)$ ind.	$\mathrm{E}(K^2)=n$	$\mathrm{Var}(K^2)=2n$
Student (T)	$St(n)$	$T(\Omega)=\mathbb{R}$	$T=\dfrac{Z}{\sqrt{K^2/n}}$ où $\begin{cases}Z\sim\mathscr{N}(0,1)\\K^2\sim\chi^2(n)\end{cases}$ ind.	$\mathrm{E}(T)=0$	$\mathrm{Var}(T)=\dfrac{n}{n-2}$
Fisher (F)	$F(n_1,n_2)$	$F(\Omega)=[0,+\infty[$	$F=\dfrac{K_1^2/n_1}{K_2^2/n_2}$ où $\begin{cases}K_1^2\sim\chi^2(n_1)\\K_2^2\sim\chi^2(n_2)\end{cases}$ ind.	$\mathrm{E}(F)=\dfrac{n_2}{n_2-2}$	$\mathrm{Var}(F)=\frac{2n_2^2(n_1+n_2-2)}{n_1(n_2-2)^2(n_2-4)}$

$a,b\in\mathbb{R} \qquad a<b \qquad \lambda>0 \qquad \mu\in\mathbb{R} \qquad \sigma>0 \qquad n,n_1,n_2\in\mathbb{N}^*$

Fonction de répartition de la loi normale standard

$$P(\mathcal{N}(0,1) \leqslant z)$$

Exemple : $P\big(\mathcal{N}(0,1) \leqslant 1.33\big) = 0.9082$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990
3.1	0.9990	0.9991	0.9991	0.9991	0.9992	0.9992	0.9992	0.9992	0.9993	0.9993
3.2	0.9993	0.9993	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9994	0.9995	0.9995	0.9995
3.3	0.9995	0.9995	0.9995	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9996	0.9997
3.4	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9997	0.9998