

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2025-2026

Session 1

Semestre 2

Licence Économie-Gestion – 1^{re} année

Matière : Mathématiques appliquées

Durée : 2 heures

Enseignant : Vincent Jalby

Calculatrices non-programmables et non graphiques autorisées. Aucun document autorisé.

Question de cours (15 min, 3 points)

Soit K un cône de \mathbb{R}^2 .

- 1) Donner la définition d'un cône de \mathbb{R}^2 .
- 2) Rappeler la définition d'une fonction homogène de degré α sur K .
- 3) Énoncer le théorème d'Euler.

Exercice I (15 min, 3 points)

On considère la fonction $f(x) = e^{x^2}$.

- 1) Calculer l'élasticité de f en x .
- 2) Interpréter l'élasticité de $f(x)$ lorsque $x = 1$ et $x = \frac{1}{2}$.

Exercice II (20 min, 3 points)

On considère la fonction $f(x) = \frac{x}{1-x}$.

- 1) Déterminer, en justifiant, le domaine de définition de f .
- 2) Rappeler le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de $\frac{1}{1+x}$.
- 3) En déduire le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de $f(x)$.
- 4) Déterminer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - x}{x^2}$$

Exercice III (25 min, 4 points)

Calculer les intégrales suivantes

$$I = \int_0^1 2xe^{x^2} dx \quad J = \int_1^e 4x^3 \ln(x) dx$$

$$K = \int_6^9 \frac{x}{\sqrt{x-5}} dx \quad \text{en posant } t = \sqrt{x-5}$$

Exercice IV (10 min, 2 points)

Soit $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ un vecteur de \mathbb{R}^2 .

- 1) Calculer la norme de X .
- 2) Trouver les coordonnées d'un vecteur Y , orthogonal à X et de norme égale à 1.

Exercice V (35 min, 5 points)

On considère la matrice A définie par

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 2 & 3 & -2 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

- 1) Montrer que la matrice A est inversible.
- 2) Calculer $A^2 - 4A$.
- 3) En déduire A^{-1} .
- 4) Retrouver la valeur de l'inverse de A en utilisant une autre méthode.