ANNÉE UNIVERSITAIRE 2025-2026

Session 1 **Semestre 1**

Licence Économie-Gestion – 1re année

Matière : Mathématiques appliquées **Durée :** 2 heures
Enseignant : Vincent Jalby

Calculatrices non-programmables et non-graphiques autorisées. Aucun document autorisé.

Exercice I (30 min, 5 points)
On considère la fonction $f(x) = 1 + 12x^2 + 4x^3 - 3x^4$.

1) Déterminer les limites de f lorsque x tend vers $+\infty$ et $-\infty$.

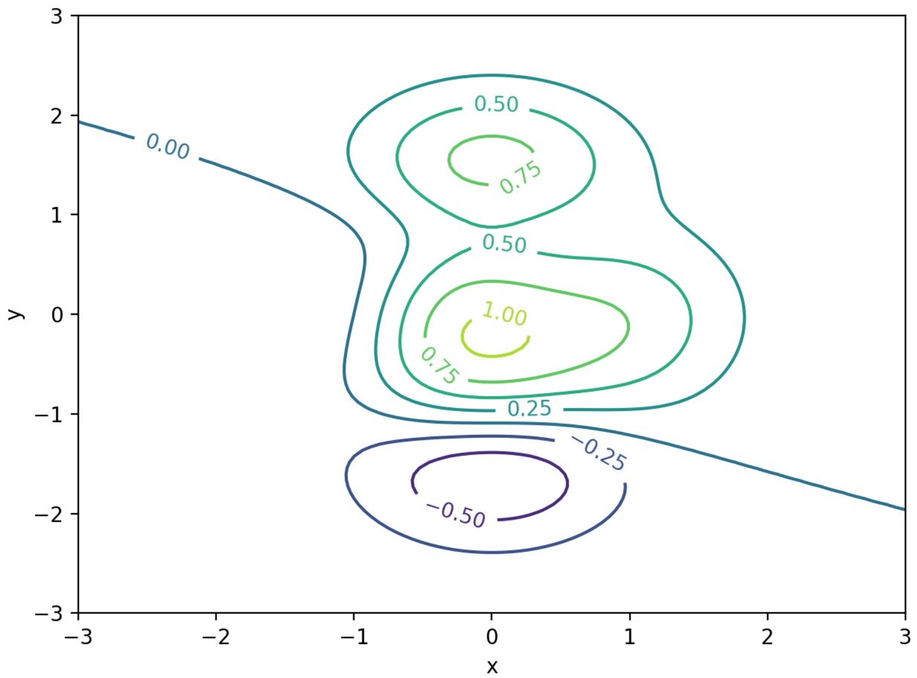
2) Calculer les dérivées première et seconde de $f(x)$.

3) Déterminer le(s) extremum(s) de $f(x)$.

4) Construire le tableau de variation de $f(x)$ et donner l'allure du graphe de f en y précisant le(s) extremum(s).

5) Le(s) extremum(s) de f sont-ils globaux ?

Exercice II (20 min, 4 points)
Soit $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction de deux variables dont les courbes de niveau sont représentées dans le graphique suivant :



1) Que pouvez-vous dire de la valeur de f aux points $(2, -2)$, $(-1, 0)$ et $(2, 2)$?

2) Déterminer (approximativement) les extrémums de f est précisant s'il s'agit d'extremums locaux ou globaux.

Exercice III (30 min, 5 points)
On considère la fonction de deux variables suivante :

$$f(x, y) = xy + \frac{1}{x} - \frac{1}{y}$$

1) Déterminer le domaine de définition de la fonction f.

2) Calculer les dérivées partielles de f

3) Déterminer le(s) point(s) critique(s) de f.

4) En utilisant les conditions du second ordre, déterminer la nature du ou des points critiques.

Exercice IV (40 min, 6 points)
On souhaite résoudre le problème d'optimisation suivant :

$$(P) \begin{cases} \text{Optimiser } f(x, y) = 4x^2 + y^2 - 3xy + 2y \\ \text{sous la contrainte } y - 2x = 8 \end{cases}$$

1) Etude de la convexité de f

- **a)** Calculer les dérivées partielles premières et secondes de f.
- **b)** Former la hessienne et calculer le hessien de f.
- **c)** En déduire que f est convexe sur $\mathbb{R}^2$.

2) Résolution du problème (P)

- **a)** Donner le lagrangien associé à (P) et déterminer le(s) point(s) critique(s).
- **b)** Préciser la nature du ou des extremums (minimum ou maximum, local ou global).