

**ANNÉE UNIVERSITAIRE 2023-2024**

**Session 1**

**Semestre 2**

**Licence Économie-Gestion – 1<sup>re</sup> année**

**Matière :** Mathématiques appliquées

**Durée :** 2 heures

**Enseignant :** Vincent Jalby

**Calculatrices non-programmables et non graphiques autorisées. Aucun document autorisé.**

**Question de cours** (15 min, 3 points)

Soit  $K$  un cône de  $\mathbb{R}^2$ .

- 1) Rappeler la définition d'un cône de  $\mathbb{R}^2$ .
- 2) Rappeler la définition d'une fonction homogène de degré  $\alpha$  sur  $K$ .
- 3) Si  $f(x, y)$  est une fonction homogène de degré 3, montrer que la fonction  $g(x, y) = f(xy, y^2)$  est aussi homogène en précisant son degré.

**Exercice I** (15 min, 3 points)

Soit  $f(x) = e^{x^2}$ .

- 1) Calculer la dérivée de  $f(x)$ .
- 2) Déterminer l'élasticité de  $f(x)$  en  $x \in \mathbb{R}$ .
- 3) Interpréter la valeur de l'élasticité lorsque  $x = 1/2$  et lorsque  $x = 1$ .

**Exercice II** (25 min, 4 points)

Soit  $f$  la fonction définie par

$$f(x) = \ln(1 + 2x) - \ln(1 - 2x)$$

- 1) Déterminer le domaine de définition de  $f$ .
- 2) Calculer  $f(0)$ .
- 3) Rappeler le développement limité de  $\ln(1 + x)$  à l'ordre 3 au voisinage de 0.
- 4) Calculer le développement limité de  $f(x)$  à l'ordre 3 au voisinage de 0
- 5) Calculer la limite suivante :  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} f(x)$

**Exercice III** (25 min, 4 points)

Calculer les intégrales suivantes

$$I = \int_1^2 \frac{e^{1/x}}{x^2} dx \quad J = \int_1^e x \ln(x) dx$$

$$K = \int_4^{11} \frac{x}{\sqrt{x+5}} dx \quad \text{en posant } t = \sqrt{x+5}$$

**Exercice IV** (10 min, 2 points)

Calculer l'intégrale suivante :

$$\int_{-1}^{+2} |x| dx$$

**Exercice V** (30 min, 4 points)

On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Vérifier que la matrice  $A$  est inversible.
- 2) Calculer  $A^2 - 3A$
- 3) En déduire l'inverse de  $A$ .
- 4) Retrouver l'inverse de  $A$  en utilisant une méthode directe.