Faculté de Droit & des Sciences Économiques — Université de Limoges

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2020-2021

Session 1 **Semestre 2**

Licence Économie-Gestion – 1re année

Matière : Mathématiques appliquées **Durée :** 2 heures
Enseignant : Vincent Jalby

Calculatrices non-programmables et non graphiques autorisées. Aucun document autorisé.

Question de cours (15 min, 3 points)
Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ et $x_0 \in \mathbb{R}$ tel que $f(x_0) \neq 0$.

1) Rappeler la définition de l'élasticité $e(f, x_0)$ de f en x_0.

2) Que peut-on dire lorsque $e(f, x_0) > 1$?

3) Pour $\alpha > 1$, calculer l'élasticité de la fonction $f(x) = x^\alpha$.

Exercice I (30 min, 4 points)
On considère la fonction $f(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$.

1) En utilisant une propriété du logarithme, simplifier l'expression de la fonction f.

2) Déterminer le domaine de définition de f.

3) Donner le développement limité de $\ln(1+x)$ au voisinage de 0 à l'ordre 3.

4) En déduire le développement limité de $f(x)$ au voisinage de 0 à l'ordre 3.

5) Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \to 0} \frac{1}{x} f(x)$$

Exercice II (15 min, 3 points)
Soit $f : \mathbb{R}^* \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction homogène de degré 2 dont on connaît les deux dérivées partielles :

$$f'_x(x, y) = \frac{-y^3}{3x^2} \qquad f'_y(x, y) = \frac{y^2}{x}$$

1) Vérifier que les deux dérivées partielles de f sont homogènes et préciser leur degré.

2) À l'aide de la formule d'Euler, trouver l'expression de $f(x, y)$.

3) Vérifier votre calcul.

Exercice III (30 min, 5 points)
Calculer les intégrales suivantes

$$I = \int_0^3 (x^2 - 1)\,\mathrm{d}x \qquad J = \int_0^2 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,\mathrm{d}x \qquad L = \int_0^1 x\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x \qquad L = \int_4^7 \frac{x}{\sqrt{x-3}}\,\mathrm{d}x$$

Pour calculer la dernière intégrale, on pourra poser $t = \sqrt{x-3}$.

Exercice IV (30 min, 5 points)
On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

1) Sans calculer son inverse, montrer que A est inversible.

2) Vérifier que $A^2 - 3A = I_2$

3) En déduire l'inverse de A.

4) Retrouver l'inverse de A en utilisant une méthode directe.