

ANNÉE UNIVERSITAIRE 2018-2019

1^{re} session

2^e semestre

Licence Économie-Gestion – 1^{re} année

Matière : Mathématiques appliquées

Durée : 2 heures

Enseignant : Vincent Jalby

Calculatrices non-programmables et non graphiques autorisées. Aucun document autorisé.

Questions de cours (20 min, 3 points)

Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction de classe \mathcal{C}^2 .

- 1) Rappeler la formule de Taylor-Young pour f à l'ordre 2 au voisinage de $x_0 \in \mathbb{R}$.
- 2) A l'aide de cette formule, calculer le développement limité de $f(x) = \ln(2+x)$ au voisinage de 0 à l'ordre 2.

Exercice I (20 min, 3 points)

Soit $f(x) = 3^x$.

- 1) Calculer la dérivée de $f(x)$.
- 2) Déterminer l'élasticité de $f(x)$ en $x > 0$.
- 3) Interpréter la valeur de l'élasticité lorsque $x = 1/2$ et lorsque $x = 2$.

Exercice II (20 min, 4 points)

Soit $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x, y) = \frac{x+2y}{xy}$.

- 1) Déterminer le domaine de définition de f .
- 2) Montrer que la fonction f est homogène sur son domaine de définition et préciser son degré.
- 3) Calculer les dérivées partielles de f .
- 4) Vérifier la formule d'Euler.

Exercice III (30 min, 5 points)

Calculer les intégrales suivantes

$$I = \int_0^1 x e^{x^2} dx \quad J = \int_1^e x \ln x dx \quad K = \int_3^6 \frac{x}{\sqrt{x-2}} dx$$

Pour calculer la dernière intégrale, on pourra poser $t = \sqrt{x-2}$.

Exercice IV (30 min, 5 points)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

- 1) Sans calculer son inverse, montrer que A est inversible.
- 2) Vérifier que $A^2 - 3A = I_2$
- 3) En déduire l'inverse de A .
- 4) Retrouver l'inverse de A en utilisant une méthode directe.